

MATEMATYKA JEST CIEKAWA

DRZEWO SIERPIŃSKIEGO



Wacław Sierpiński to genialny polski matematyk, którego mogliście poznać, czytając m. in. o fraktalach. Polski matematyczny geniusz pozostawił po sobie olbrzymi dorobek naukowy, obejmujący, poza wieloma książkami, 724 prace i komunikaty, 113 artykułów i 13 skryptów. Prace te dotyczyły m. in. teorii liczb, analizy matematycznej, ogólnej i opisowej teorii mnogości, topologii. Szczególne znaczenie mają jego prace na temat pewnika wyboru i hipotezy continuum.



Praca i jego dorobek naukowy zostały w nietypowy sposób uhonorowane, a mianowicie poprzez ustawienie przed wydziałem matematyki Cambridge University, jednego z najlepszych uniwersytetów na świecie, drzewa fraktalnego opartego na odkryciu polskiego matematyka Wacława Sierpińskiego.

Metalowa rzeźba symbolizuje fraktale, czyli obiekty matematyczne, których każdy fragment składowy jest zbudowany identycznie jak całość. Jednym z najprostszych fraktali (znanym na długo przed powstaniem tego pojęcia) jest Trójkąt Sierpińskiego. Konstrukcja tego zbioru została podana przez Sierpińskiego w 1915 roku.

Z Wacławem Sierpińskim jest związana jedna z anegdot (być może prawdziwa, a może tylko zmyślona, nikt tego nie wie). Przekaz ten głosi, że pewnego dnia, gdy wybierał się w podróż, stwierdził zmartwiony, że zgubił jedną z walizek. „Ależ nie kochanie! – uspokajała go żona – masz wszystkie sześć”. „To nie może być prawdą – odpowiedział Sierpiński – liczyłem je kilkakrotnie: zero, jeden, dwa, trzy, cztery, pięć, a nie mówiłem, że jednej nie ma.” Taki sposób liczenia (stosowany przez wielu matematyków) ma tę zaletę, że działa nawet wtedy, kiedy nie ma żadnych przedmiotów do przeliczenia. Gdyby wtedy Wacław Sierpiński zgubił cały swój bagaż w czasie podróży, mógłby powiedzieć: „mam zero sztuk bagażu”. I tak to pojawia się pojęcie zbioru pustego.



AK

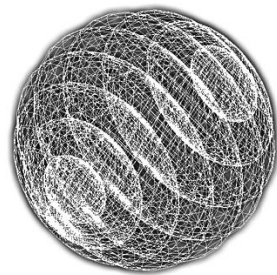
KULA

IDEALNY KSZTAŁT

Kulę definiujemy jako zbiór punktów oddalonych nie bardziej niż pewna odległość (promień kuli) od pewnego wybranego punktu zwanego środkiem kuli. Możemy też powiedzieć, że kula to część przestrzeni, ograniczona sferą – powierzchnią kuli, która do niej również należy.

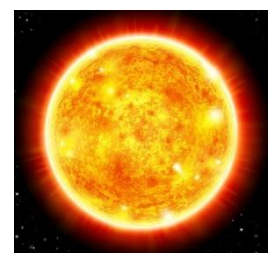


Oprócz pojęcia kuli w matematyce funkcjonuje pojęcie hiperkuli, które może dotyczyć zarówno dwuwymiarowego koła, jak również trójwymiarowej, czterowymiarowej lub pięciowymiarowej kuli. Wyobrażenie sobie wielowymiarowej (cztero-, pięcio-, lub więcej) hiperkuli jest trudne dla człowieka, ponieważ przestrzeń z czterema lub większą liczbą wymiarów leży poza granicami ludzkiej, trójwymiarowej percepcji. Można narysować rzut hiperkuli na płaszczyznę lub ewentualnie skonstruować rzut na przestrzeń trójwymiarową – dostajemy jednak wówczas odpowiednio zwykłe koło i zwykłą kulę. Można też pokryć powierzchnię hiperkuli siatką (odpowiadającą siatce równoleżników i południków na kuli) i narysować jej rzut.



W przypadku przekrojenia hiperkuli, w miejscu przecięcia zobaczymy kulę (analogicznie do przekrojenia kuli, gdy w miejscu przecięcia widzimy koło).

Poszukując kształtu kuli w otaczającej nas rzeczywistości, można zacząć od Słońca, które w przyrodzie jest bardziej zbliżone do idealnej kuli niż cokolwiek innego. Wydaje się nam, że większość ciał niebieskich to kule. Ale to nie do końca prawda - planety i gwiazdy poruszają się wokół własnej osi, przez co są spłaszczone. Na Jowiszu, który jest olbrzymi i obraca się bardzo szybko, obwód na równiku jest 7% dłuższy niż obwód po południkach. Okazuje się jednak, że w przypadku Słońca różnica tych dwóch obwodów jest naprawdę minimalna i wynosi tylko 10 km. Na takie stwierdzenie trzeba było około 50 lat pracy naukowców. Dotąd dokładne pomiary Słońca utrudniała atmosfera Ziemi. Sytuacja zmieniła się, kiedy na orbicie Słońca pojawiły się ziemskie satelity, w tym NASA Solar Dynamics Observatory. „Z kosmosu nareszcie się udało” powiedział Jeffrey Kuhn z University of Hawaii, który kierował badaniami. Na świecie istnieje tylko jeden przedmiot bardziej idealnie kulisty, ale jest wykonany sztucznie. To kula z silikonu, zrobiona przez ludzi i ich komputery.



Kula to bardzo popularny kształt w sporcie. Piłki w większości mają kształt podobny do kuli. Istnieje wiele rodzajów piłek – od tych najmniejszych (piłeczka pingpongowa) do tych największych (piłka do koszykówki).

Gra	Opis piłki	Wygląd
Baseball	Korkowe jądro owinięte jest ciasno wieloma warstwami cienkiego sznurka. Pokryta skórą lub skóropodobnym tworzywem ze szwem.	
Golf	Piłka golfowa to okrągła piłka o średnicy nie mniejszej niż 42,67 mm i nie cięższa niż 45,93 g. Poza tym piłki muszą przejść specjalne testy dopuszczające je do użycia w grze.	
Tenis stołowy	Waży 2,7 g i wykonana jest z celulozidu, ma średnicę 40 mm, dobrze się odbija.	
Tenis ziemny	Wykonana z twardej gumy, oklejona filcem w kolorze żółtym (przepisy dopuszczają też biały), dobrze się odbija, o masie między 56,0-59,4 g i o średnicy między 6,541-6,858 cm (typ standardowy najczęściej używany).	
Koszykówka	naturalnej, natomiast te przeznaczone do gry w obiektach otwartych – ze skóry kompozytowej. Piłki gumowe stanowią niższą klasę. Przeznaczone są głównie dla dzieci. W meczach FIBA używa się piłek spełniających wszystkie wymogi FIBA, a także dodatkowo przed meczem sędzia wybiera najlepszą piłkę, która spuszczone z wysokości 1,80m powinna odbić się od twardego podłoża na wysokość 1,20-1,40m	
Krykiet	Piłka krykietowa wykonana jest z korka owiniętego ciasno sznurkiem i pokryta skórą zszytą sześcioma rzędami wystających szwów. Masa piłki wynosi 155,9 do 163,0 g, a obwód 224 do 229 mm.	
Piłka nożna	Zgodnie z wymogami piłka musi być kulista sporządzona ze skóry lub innego dozwolonego materiału o obwodzie nie większym niż 70 cm i nie mniejszym niż 68 cm o masie nie przekraczającej 450 g i nie mniejszej niż 410 g, przy rozpoczęciu zawodów napompowana tak, że w jej wnętrzu panuje nadciśnienie od 0,6 do 1,1 atm.	
Piłka ręczna	Składa się z gumowej dętki pokrytej zszytymi kawałkami skóry lub tworzywa syntetycznego, które nie mogą być błyszczące i śliskie. Obwód piłki używanej przez mężczyzn to 58-60 cm, natomiast kobiety grają piłką o obwodzie 54-56 cm. Masa piłki to około 500 g.	
Piłka siatkowa	Skórzana, gładka, obwód piłki wynosi 65 – 67 cm a jej masa 260 – 280 g. Wypełniona sprężonym powietrzem (0,30 – 0,325 kG/cm ² (4,26 – 4,61 psi lub 294,3 – 318,82 mbar lub hPa), nadająca się do odbijania.	
Piłka wodna	Gumowa, gładka, wypełniona sprężonym powietrzem, średnica 21,6—22,6 cm.	
Polo	Piłka wykonana z drewna lub innego twardego tworzywa o średnicy 8 cm.	
Pov pob	Lekka piłka przeznaczona jedynie do rzucania i łapania jednorącz; tradycyjnie wykonywana z bawełny , obecnie coraz częściej używa się piłki tenisowej	

<u>Tenis stołowy</u>	Waży 2,7 g i wykonana jest z celulozoidu, ma średnicę 40 mm, dobrze się odbija.	
<u>Tenis ziemny</u>	Wykonana z twardej gumy, oklejona filcem w kolorze żółtym (przepisy dopuszczają też biały), dobrze się odbija, o masie między 56,0-59,4 g i o średnicy między 6,541-6,858 cm (typ standardowy najczęściej używany).	

Kształt kuli inspirował również architektów, którzy w swoich pracach wykorzystują ten kształt, aby zaskoczyć czymś nowym, niezwykłym i nietypowym.

Ten model kryształ żelaza powiększony jest 165 razy i ma 103 metry wysokości i waży 2400 ton. Konstrukcja zwana „Atomium” i znajdująca się w Brukseli składa się z 9 kul (atomów). Każda kula ma 18 m średnicy, połączonych rurami, w których



znajdują się ruchome schody. Platforma widokowa znajduje się w najwyższej kuli i prowadzi do niej winda. Ta niesamowita budowla została zaprojektowana przez belgijskiego inżyniera na potrzeby Wystawy

Światowej w Brukseli w 1958 roku.

W Japonii na terenie sztucznej wyspy Odaiba w Zatoce Tokijskiej w futurystycznym budynku oddanym do użytku w 1996 roku znajduje się siedziba komercyjnej stacji telewizyjnej. Konstrukcja ta charakteryzuje się bardzo wysoką wytrzymałością na wstrząsy, a ogromna kula umieszczona na szczycie budowli stanowi punkt obserwacyjny do podziwiania panoramy Tokio.

Project Eden to ogród botaniczny w Wielkiej Brytanii w hrabstwie Kornwalia. Zgromadzono w nim 18 tys. gatunków roślin z różnych stref klimatycznych świata.

AK



CIEKAWA WŁASNOŚĆ LICZBY CZTEROCYFROWEJ

Na początek należy wybrać sobie liczbę czterocyfrową, w której cyfry nie są identyczne a następnie postępujemy zgodnie następującymi wytycznymi:

1. Tak poprzestawiaj cyfry wybranej liczby, aby otrzymać największą i najmniejszą liczbę złożoną z tych cyfr.
2. Odejmujemy mniejszą otrzymaną liczbę od większej z otrzymanych liczb.
3. Powtarzamy wszystkie podane czynności od punktu 1.

W praktyce wygląda to następująco: wybieram liczbę 5712

$$7521 - 1257 = 6264$$

$$6642 - 2466 = 4176$$

$$7641 - 1467 = 6174$$

$$7641 - 1467 = 6174 \dots$$

wybieram inną liczbę 3052

$$5320 - 0235 = 5085$$

$$8550 - 0558 = 7992$$

$$9972 - 2799 = 7173$$

$$7731 - 1377 = 6354$$

$$6543 - 3456 = 3087$$

$$8730 - 0378 = 8352$$

$$8532 - 2358 = 6174$$

$$7641 - 1467 = 6174 \dots$$

wynik, który otrzymałam jest to 6174 i jest taki sam jak w pierwszym przykładzie. Czy to przypadek ? – nie sędzę

Każda liczba czterocyfrowa poddana tej procedurze daje wynik 6174.

AK


 $= \sqrt{-1}$

LICZBY ZESPOLONE

Po raz pierwszy pojęcie liczb zespolonych wprowadził włoski matematyk, Girolamo Cardano, nazywając je „fikcyjnymi”, podczas prób znalezienia rozwiązań równań sześciennych w XVI wieku.

Nadał on w szczególności liczbie „i” nazwę jednostki urojonej, nie wierząc w rzeczywiste istnienie takiego obiektu, a jedynie uznając go za pomocniczy element w rachunku.

Liczby zespolone wprowadzono z konieczności wyciągania pierwiastków z liczb ujemnych. W szkole słyszycie, że **„nie wolno wyciągać pierwiastka z liczby ujemnej!”**. Prawda ta zostaje całkowicie zburzona, gdy poznacie liczby zespolone.

Dowiecie się wówczas, że: $\sqrt{-1} = i$, gdzie „i” oznacza jednostkę urojoną. Czy to oznacza, że przez kilkanaście lat szkolnej nauki ja i inni nauczyciele matematyki Was oszukiwali? Nie do końca. W realnym świecie, w którym żyjemy, nie występują przecież żadne liczby zespolone. Każdą wielkość fizyczną, którą jesteśmy w stanie zmierzyć, możemy zawsze wyrazić za pomocą liczb rzeczywistych. W naszym świecie nie istnieją takie liczby jak liczby urojone. A więc nasuwa się następne pytanie, po co ludzie wymyślili coś takiego jak liczby zespolone, skoro nie istnieją one w realnym świecie. Odpowiedź jest dość prosta. Bez nich nie dałoby się wielu przydatnych rzeczy (ze świata realnego) obliczyć. Liczby te są bardzo przydatnym narzędziem, które daje nam nowe możliwości obliczeniowe. Matematyk może na

chwilę opuścić nasz realny świat, udać się do świata urojonego, tam wykonać różne magiczne działania, a następnie wrócić „na ziemię” z całkowicie rzeczywistym wynikiem.

Aby polubić liczby zespolone, należy nauczyć się wykonywać na nich obliczenia. Do tego celu wystarczy przyjąć,

że pierwiastek z (-1) jest równy tzw. jednostce urojonej, którą umówiono się oznaczać literką „i”, co można zapisać tą kluczową równością: $\sqrt{-1} = i$. Zauważmy od razu, że równoważna jest jej następująca równość: $i^2 = -1$.

Wróć do rzeczywistości!

Skończysz się kiedyś?



Poza matematyką liczby zespolone znajdują zastosowanie także w innych dziedzinach nauki, takich jak fizyka, chemia, biologia, ekonomia, elektronika czy statystyka.

AK



LICZBA SYMBOLIZUJĄCA PRZYMIERZE BOGA Z IZRAELEM

W prezentacji liczb dotarłam do liczby 12, która jest symbolem przymierza zawartego między Bogiem a Izraelem, porównanie to nawiązuje do przekazów z Biblii. Przedstawienie tej liczby zacznę więc od pokazania jej w Piśmie Świętym. Pan Bóg wśród wszystkich ludów wybrał ten naród, który składał się z 12 plemion (od 12 synów Jakuba), ten wybór był upamiętniony na napierśniku arcykapłana w świątyni poprzez umieszczenie na nim 12 kamieni. 12 tysięcy opieczetowanych (inaczej wybranych, naznaczonych z każdego plemienia), tworzyło liczbę 144 tysięcy, co symbolizowało pełnię ludu dochowującego Bożego Przymierza. Światu Boże Przymierze miało głosić 12 apostołów (Szymon Piotr (Kefas), syn Jonasza, rybak z Betsaidy Andrzej, brat Piotra, rybak z Betsaidy Jakub (zwany Większym), syn Zebedeusza Jan Ewangelista, syn Zebedeusza, brat Jakuba Filip z Betsaidy Bartłomiej – Natanael z Ptolemaidzkiej Tomasz (zwany Didymos) Mateusz – Lewi, były poborca podatkowy Jakub, syn Alfeusza Szymon Kananejczyk (zwany Gorliwym) Juda Tadeusz (Judas), syn Jakuba Judasz Iskariota, zdrajca Jezusa; po jego samobójstwie wybrany został Maciej). Po rozmnożeniu chleba przez Jezusa pozostało 12 koszków ułamków chleba, co symbolizuje 12 chlebów poukładanych (składanych w ofierze). 12 bram, 12 aniołów i 12 imion na bramach Nowego Jeruzalem (miasta ludzi zbawionych na Nowej Ziemi). W wizji Apokalipsy mur tego miasta pod wieloma względami związany jest z liczbą dwanaście, ponieważ to, co symbolicznie ma chronić uratowanych ludzi, to właśnie



Boże przymierze – „Miało ono mur wielki a wysoki, miało dwanaście bram, a na bramach – dwunastu aniołów i wypisane imiona, które są imionami dwunastu pokoleń synów Izraela”. Drzewo Życia rosnące w Nowym Jeruzalem miało wydawać co miesiąc (12 razy do roku) 12 rodzajów owoców przynoszących uzdrowienie narodom. Matka Boska jest przedstawiana z wieńcem gwiazd dwunastu nad głową – „Niewiasta obleczona jest w słońce, ma pod nogami księżyc, wokół jej głowy widnieje wieniec z dwunastu gwiazd.”

Liczbę dwanaście spotykamy jako liczbę harmonii i doskonałości. Liczba ta to: liczba bogów olimpijskich (Afrodyta, Apollo, Ares, Artemida, Atena, Hefajstos, Hera, Hermes, Posejdon, Zeus oraz w zależności od źródeł Hades, Demeter, Dionizos lub Hestia); liczba gwiazdek na fladze Unii Europejskiej; liczba prac Herkulesa, liczbę tablic w pierwszej kodyfikacji prawa rzymskiego (Prawa Dwunastu Tablic – 12 tablic z brązu, na których Rzymianie spisali kodeks praw, prawo dwunastu tablic było pierwszym dokumentem pisanym, świadectwem kultury Rzymu); liczbę znaków zodiaku europejskiego (baran, byk, bliźnięta, rak, lew, panna, waga, skorpion, strzelec, koziorożec, wodnik, ryby), 12 znaków zodiaku chińskiego (szczur, bawół, tygrys, zając, smok, wąż, koń, koza, małpa, kogut, pies, świnia); mamy 12 rycerzy okrągłego stołu; 12 sztuk to tuzin, a 12 tuzinów to gros; oraz 12 potraw wigilijnych.



Liczba 12 to liczba miesięcy w roku. Jest najbliższym całkowitym wynikiem dzielenia liczby dni w roku słonecznym (365,24) oraz liczby dni w miesiącu księżycowym (29,53). Sumerowie podzielili noc na 12 części, zgodnie z momentami pojawiania się na niebie konkretnych gwiazd. 12 to największa siła wiatru w skali Beauforta (0 oznacza ciszę a 12 to już huragan).

12 sierpnia w Wielkiej Brytanii obchodzi się bardzo hucznie początek sezonu polowań na kuropatwy. W mowie potocznej pojawia się również liczba 12 np. gdy mówimy „za pięć dwunasta” to mamy na myśli zrobienie czegoś w ostatniej chwili, na ostatni moment; a gdy coś określimy słowem „tuzinkowy” to mamy na myśli, że coś jest pospolite, tuzinkowe.

AK



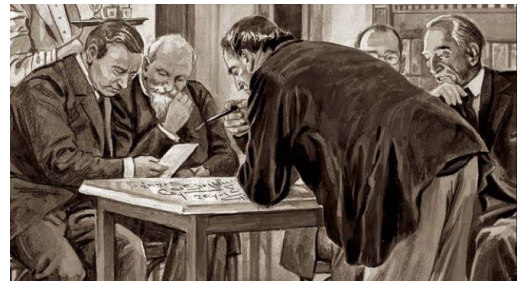
STEFAN BANACH

30 III 1892 roku urodził się w Krakowie Stefan Banach – najwybitniejszy polski matematyk, twórca analizy funkcjonalnej – ważnego działu nowoczesnych zastosowań matematyki. Hugo Steinhaus, o którym pisałam w poprzednim numerze, powiedział o Stefanie Banachu, że „Dał nauce polskiej, a w szczególności matematyce polskiej, więcej niż ktokolwiek inny”. Kolega ze szkoły Banacha, Adolf Rożek, tak opisywał swojego kolegę Stefana Banacha: "Banach był szczupły i błady, z niebieskimi oczyma. W stosunku do kolegów miły, ale poza matematyką nic go nie interesowało. O ile mówił, to mówił ogromnie prędko, tak jak ogromnie prędko myślał matematycznie. Miał niebywałą zdolność tak szybkiego myślenia i uczenia, że na słuchaczach robiło to wrażenie jasnowidzenia"

Trudna sytuacja materialna i życiowa Stefana Banacha spowodowała, że nie ukończył studiów wyższych. Był samoukiem. Jego niezwykły talent matematyczny odkrył profesor Hugo Steinhaus, dzięki któremu w 1920 roku Banach otrzymał stanowisko asystenta na Politechnice Lwowskiej. W tym też roku doktoryzował się, a w roku 1922 habilitował i został profesorem Uniwersytetu Jana Kazimierza we Lwowie. W roku 1924 został wybrany na członka korespondenta Polskiej Akademii Umiejętności.

Jedna z ciekawszych historii związanych ze Stefanem Banachem dotyczy jego doktoratu. Banach był znany ze swej niechęci do formalnych procedur akademickich. Mimo, że był sławny już na całym świecie ze względu na swoje osiągnięcia naukowe, to nie posiadał doktoratu, a to dlatego, że należało w tym celu złożyć pracę doktorską i stanąć przed specjalną komisją, aby zdać egzamin. Z pracą naukową nie było problemu (wystarczyło zebrać opracowane i opublikowane już prace naukowe), problem był z podejściem do egzaminu, gdyż Banach nie chciał do niego podejść. Wtedy władze Wydziału Matematycznego Uniwersytetu Jana Kazimierza we Lwowie wymyśliły fortel. Wiedząc, że był on wielkim entuzjastą dyskusji naukowych, koledzy poinformowali go, że w sekretariacie jest grupa matematyków z Warszawy, która chciałaby przedyskutować z nim kilka problemów matematycznych i on na pewno będzie mógł im pomóc. Banach zapalił się, przybył na spotkanie i ochoczo odpowiadał na pytania. Następnego dnia dowiedział się, że znakomicie zdał egzamin doktorski.

Banach prowadził swoisty tryb życia. Większość czasu poza wykładami spędzał w kawiarni, gdzie w dalszym ciągu nie rozstawał się z matematyką. To właśnie tam odbywały się słynne seminaria i dyskusje z jego uczniami. Kazimierz Kuratowski pisze: „Czas wolny od wykładów (a miał ich wyjątkowo dużo) spędzał całkowicie w kawiarni czy restauracji. Tu, otoczony uczniami i kolegami, mógł bez końca mówić o matematyce, stawiać nowe zagadnienia, rozwiązywać problemy własne lub przez innych matematyków postawione. Stolik kawiarniany stał się – obok zakładów uniwersyteckich – miejscem inspiracji myśli matematycznej”. Inny uczestnik tych spotkań Stanisław Ulamow wspomina: „Czy to w gabinecie uniwersyteckim, czy też w kawiarni można było przesiadywać z Banachem całymi godzinami, dyskutując o problemie matematycznym. Tego typu sesje z Banachem, a częściej z Banachem i Mazurem, uczyniły atmosferę lwowską czymś jedynym w swoim rodzaju. Tak intymna współpraca była czymś zupełnie nowym w życiu matematycznym, a przynajmniej w takiej skali i w takiej intensywności. (...) Widz siedzący przy innym stole mógłby zauważyć nagle, krótkie wybuchy konwersacji, napisanie kilku wierszy na stole, od czasu do czasu śmiech jednego z siedzących, po czym następowały okresy długiego milczenia, w czasie których piliśmy kawę i patrzyliśmy nieprzytomnie na siebie. Tak wytworzony nawyk wytrwałości, koncentracji, trwający czasami godzinami, stał się dla nas jednym



z najistotniejszych elementów prawdziwej pracy matematycznej". W takiej atmosferze powstawała „Lwowska Szkoła Matematyków” i „Księga Szkocka”, o której też już mogliście przeczytać przy okazji poznania sylwetki Hugo Steinhausa.

Profesor Banach, pozostając wierny własnej Ojczyźnie, nie przyjął oferowanej mu w 1937 r. profesury dowolnie wybranej wyższej uczelni w USA i nie wyjechał ze Lwowa. Profesor Stefan Banach opublikował 58 prac, z których 6 ukazało się już po jego śmierci. Zmarł 31 sierpnia

1945 r. i został pochowany na cmentarzu Łyczakowskim, obok grobowca Marii Konopnickiej.



W kwietniu 2012 z okazji przypadającej na 30 marca tego roku 120 rocznicy urodzin Stefana Banacha Narodowy Bank Polski wyemitował okolicznościowe monety z wizerunkiem naszego wielkiego matematyka.

AK